黏性流体力学

Viscous Fluid Mechanics

第 7 章

边界层分离、绕流、尾迹与阻力



从 D’Alembert 悖论到阻力危机
黏性如何决定真实绕流的形态与阻力

徐翱

本章站在课程逻辑链的哪一环?

课程主线：控制方程 → 无量纲化 → Reynolds 数 → 不同极限 → 典型流动 → 分离与阻力 → 湍流与数值方法

第5章
低 Reynolds 数流动
Stokes 流 · 蠕流

→

第6章
边界层理论
无滑移 · 逆压梯

→

第7章 · 本章
分离 · 绕流 · 尾迹
摩擦阻力 · 压差阻力

→

第8章
湍流基础与数值方法
RANS · LES · DNS

前一章提供了什么?

- 无滑移形成边界层与速度亏损
- 外缘 Euler 关系：$U_e \frac{\mathrm{dU_e}}{\mathrm{dx}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{dp_e}}{\mathrm{dx}}$
- 逆压梯使 τ_w 减小、边界层可能分离

本章解决什么新问题?

- 分离何时发生、如何判断?
- 阻力从何而来、如何分解与计算?
- 圆柱绕流如何随 Reynolds 数演化?
- Strouhal 数如何描述涡脱落?

结论将在哪里被使用?

- 第8章：尾迹失稳如何发展成湍流
- 第8章：Reynolds 分解与湍流模型
- 工程：空气动力学、涡轮机械、结构风工程

学完本章，你应该能够……（学习目标）

A · 机制理解

1 解释逆压梯如何使近壁流体减速，用 τ_w 描述分离过程，并说明 $\tau_w = 0$ 判据的适用范围；
2 说明分离后回流区、自由剪切层与尾迹如何形成；
3 描述圆柱尾迹由稳态回流、二维周期涡脱落到 Mode A / Mode B 三维失稳的典型演化。

B · 受力与阻力

4 使用明确的界面法向约定，从表面应力积分得到物体所受流体力；
5 区分摩擦阻力与压差阻力，比较流线型物体与钝体的主要阻力来源；
6 在给定角坐标约定下推导圆柱势流的表面速度与压强系数，并解释 D’Alembert 悖论。

C · 尺度与工程

7 用时间尺度比解释 Strouhal 数，并由 Re_D 与 St 估算涡脱落频率；
8 解释阻力危机中"边界层转捩—分离延迟—尾迹变窄—压差阻力下降"的物理链条；
9 在适用条件满足时，由下游尾迹速度剖面计算二维单位宽度阻力。

理想流体说"零阻力"，真实流动为何阻力巨大?

理想无黏势流的预言

- 对称物体绕流，表面压强前后对称
- 无黏性剪切应力，无摩擦阻力
- 压强积分结果：$F_D = 0$

——这就是著名的 **D'Alembert 悖论**

真实流体的观察

- 船、飞机、汽车都必须克服显著阻力
- 圆柱、桥梁、烟囱后方都有尾流
- 阻力随 Reynolds 数、形状剧烈变化

矛盾：理论零阻力 vs 现实大阻力

贯穿本章的核心问题：

黏性虽然集中在很薄的边界层里，却可以通过 **分离** 显著改变整个外流场：

无滑移 → 边界层 → 逆压梯 → 分离 → 尾迹与压强不对称 → 压差阻力 $F_{D,p} > 0$

一条物理链贯穿全章：分离如何制造阻力?

第6章的结论在这里被推向高潮——理解真实物体绕流的核心链条：

逆压梯 → 近壁动量亏损 → 壁面剪切减小 → **边界层分离 $\tau_w = 0$** → 剪切层与尾迹 → 压强前后不对称 →

压差阻力 $F_{D,p} > 0$ + 摩擦阻力 $F_{D,f}$ = 总阻力 F_D

链条的起与落

- 起点：第6章外缘 Euler 关系给出逆压梯（$dp_e/dx > 0 \rightarrow dU_e/dx < 0$）；
- 关键转折：**分离点** $\tau_w = 0$ —— 近壁流动从附着转入回流；
- 结果：背压无法恢复 → 压差阻力；这也回答"黏性虽薄、却主宰整体阻力"；
- 落点：第8章将追问——尾迹失稳后如何发展成湍流，以及如何用数值方法求解。

本章知识结构：从分离机制到阻力计算

7.1 分离机制 逆压梯 · 壁面剪切 · 分离判据 · 回流 · 自由剪切层与尾迹

↓

7.2 物体受力 法向约定 · 摩擦阻力 / 压差阻力 · 阻力系数与压强系数

↓

7.3 圆柱绕流 势流悖论 · Re 演化 · Kármán 涡街 · Strouhal 数 · 阻力危机

↓

7.4 尾迹动量亏损 · 分离控制 · 全书衔接

↓

7.5 小结与习题 ★必做 7.1–7.11 · 选做与研究训练 7.12–7.30

教学重点

- 分离判据 $\tau_w = 0$ 及其物理含义
- 阻力分解与 D’Alembert 悖论
- 阻力危机：转捩—分离延迟链

教学难点

- 表面法向与牵引的符号约定
- Strouhal 数作为时间尺度比
- 边界层状态与尾迹状态的区分

课堂互动 ×6 · 数字赋能 ×1 · 形成性评价 ×2

7.1　分离机制

为什么逆压梯会"撕开"贴壁流动?

本节要回答的四个问题:

① 逆压梯从何而来?外缘 Euler 关系给出了什么约束?

② 为什么近壁低速流体最先减速?

③ $\tau_w = 0$ 为什么是分离判据?它的适用边界在哪里?

④ 分离之后:自由剪切层、回流区与尾迹如何形成?

对应学习目标 1–2　·　含课堂互动 1 次

逆压梯来自哪里？——外缘 Euler 关系

第 6 章的结论是本章的起点：边界层外缘流动满足 Euler 关系

$$U_e \frac{\mathrm{dU_e}}{\mathrm{dx}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{dp_e}}{\mathrm{dx}}$$

当 $\mathrm{dp_e/dx} > 0$ 时，必有 $\mathrm{dU_e/dx} < 0$：压强沿流向升高 = 外流减速 = 逆压梯

顺压梯 $\mathrm{dp_e/dx} < 0$
- 外流加速（$\mathrm{dU_e/dx} > 0$）
- 压强沿流向降低，近壁动量被"助力"
- 边界层不易分离（如翼型前部）

逆压梯 $\mathrm{dp_e/dx} > 0$
- 外流减速（$\mathrm{dU_e/dx} < 0$）
- 压强沿流向升高，近壁动量被"消耗"
- 边界层可能分离（如圆柱后半部）

为什么近壁低速流体最先被逆压梯减速?

第 1 步 · 无滑移
壁面处速度为零，
近壁区形成速度亏损，
流向动量 ρu 最低。

→

第 2 步 · 相同逆压梯
边界层内 $p(x,y) \approx p_e(x)$，
各高度承受近似相同的
逆向压强梯度。

→

第 3 步 · 动量最小者先减速
近壁流体流向动量最小，
最先发生显著减速，
速度剖面逐渐不饱满。

结果： 壁面速度梯度 $(\partial u/\partial y)_w$ 随之减小 → 壁面剪切 τ_w 减小 → 为 $\tau_w = 0$ 的分离判据埋下伏笔。

一句话理解： "逆压梯"对边界层内各高度施加相近的减速作用，但近壁流体"家底最薄"（动量最低），因此最先扛不住——这就是边界层动量亏损思想的直接体现。

壁面剪切应力 τ_w：符号里藏着分离的线索

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$$

x 沿参考来流方向、y 从壁面指向流体 —— τ_w 保留正负号

符号约定（与第 2 章一致）

- 正常附着：$(\partial u/\partial y)_w > 0 \rightarrow \tau_w > 0$
- 分离点：$(\partial u/\partial y)_w = 0 \rightarrow \tau_w = 0$
- 回流区：$(\partial u/\partial y)_w < 0 \rightarrow \tau_w < 0$

两个易错点

- τ_w 的正负 ≠ 大小：负号表示方向（近壁流向反向），不代表"负阻力"；
- 壁面剪切与"壁面两侧牵引方向及 $|\tau_w|$"的区别沿用第 2 章约定，写公式前先明确坐标系。

τ_w = 0：分离判据何时成立、何时不够用?

逆压梯使壁面速度梯度逐渐减小；当梯度降为零，即发生分离

$$\tau_w = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_w = 0$$

满足此条件的位置称为 **分离点（separation point）**

物理含义

- 分离点上游：$\tau_w > 0$，$u > 0$ 且沿远离壁面增加；
- 分离点：壁面剪切为零，速度剖面"失守"的临界；
- 若逆压梯继续：近壁 $u < 0$ 回流，$\tau_w < 0$。

判据的适用边界（易错）

- $\tau_w = 0$ 是经典二维稳态分离的重要局部判据；
- 复杂三维、非定常流动中的分离，不能仅靠这一条公式完整描述；
- 判断"能否用"，先确认流动是否二维、稳态。

分离点下游：回流出现，τ_w 变号

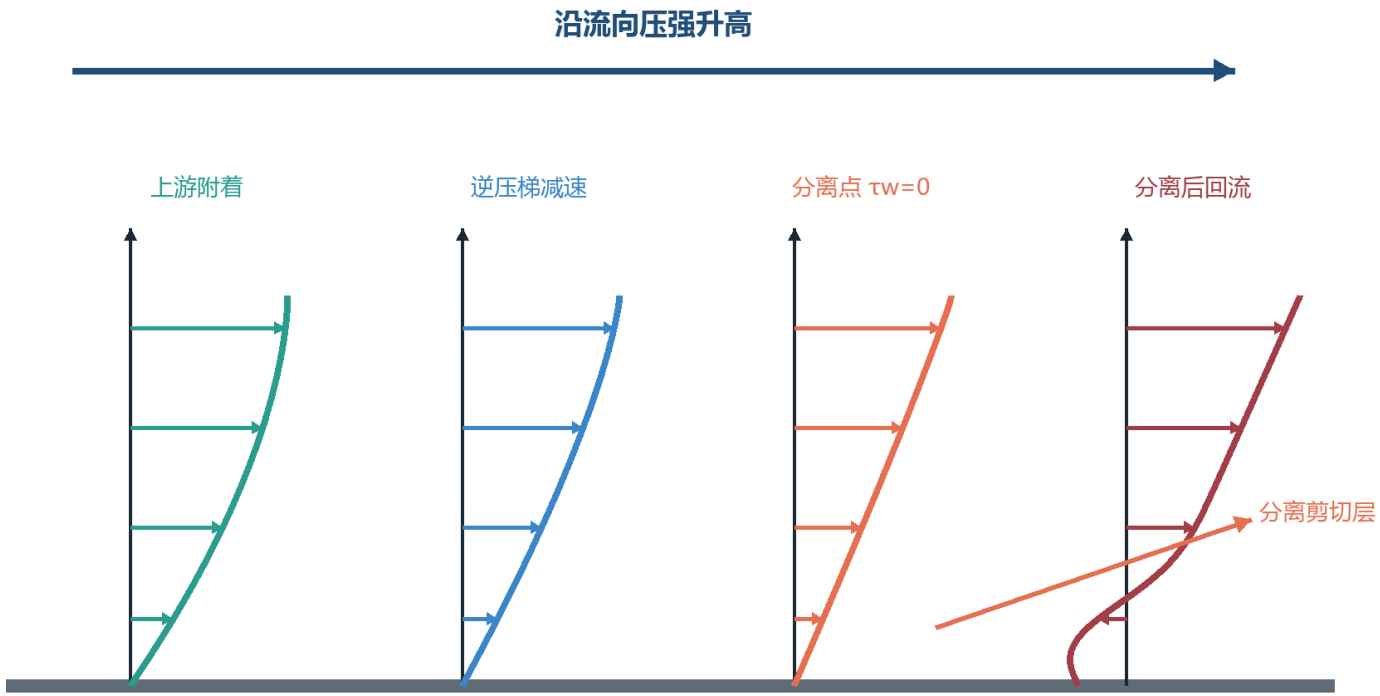
$$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_w < 0 \quad \Rightarrow \quad u < 0, \tau_w < 0$$

回流（reverse flow）
- 分离点下游壁面附近局部流向速度 $u < 0$；
- 相应壁面剪切 $\tau_w < 0$；
- 近壁流动从"被拖着走"转为"逆流"，流线离开壁面。

直接机制（不是"黏性太强"）
- 无滑移先造成近壁速度亏损；
- 壁面黏性持续抽取流向动量；
- 逆压梯下，动量最低的近壁流体最难克服升高的压强——**近壁动量不足**，而非黏性过强。

壁面剪切降为零后，近壁流动可发生反向，原先贴附壁面的流线随之离开表面——分离由此发生

教材图 7.1 解读：速度剖面如何沿流向"失守"?



附着 → 逆压梯减速 → τw = 0 → 近壁回流 → 分离剪切层

逐层读图

① 上游附着

近壁剖面饱满，$(\partial u/\partial y)_w > 0$

② 逆压梯减速

剖面变"瘦"，壁面梯度下降

③ 分离点

$\tau_w = 0$，壁面斜率为零

④ 分离后回流

近壁 $u < 0$，$\tau_w < 0$

分离剪切层

强速度梯度离开壁面进入外流

误区澄清：分离不是"黏性太强"，而是"近壁动量不足"

常见误解 ✗

"边界层分离是因为黏性太强、把流体'粘'住了。"

- 若黏性是分离的"元凶"，那黏性越小越不易分离——与事实相反；
- 高 Reynolds 数下边界层很薄，但分离依然可以发生。

正确机制 ✓

无滑移造成近壁速度亏损 → 壁面黏性持续抽取流向动量 → 进入逆压梯区域后，**原本动量最低的近壁流体最难克服逐渐升高的压强**，速度和壁面梯度继续下降。

一句话结论

分离的直接机制，是近壁流体没有足够动量抵抗逆压梯。

所以：增强近壁动量（吹气、吸气、涡流发生器）可以延迟分离；加强混合（转捩成湍流）反而可能延迟分离——这将在 7.4 节展开。

分离之后：自由剪切层、回流区与尾迹

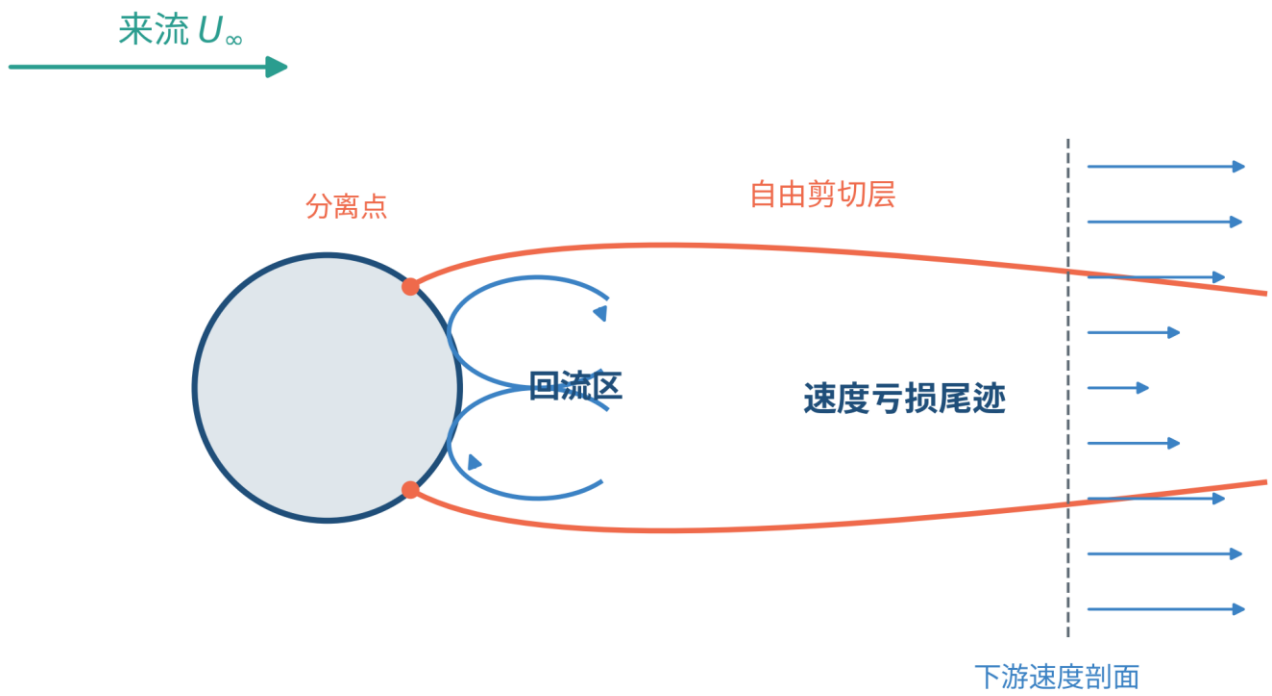
自由剪切层
边界层离开壁面后，原集中在壁面附近的强速度梯度与涡量**不消失**，随分离流离开壁面。
· 两侧速度差 $\Delta U = U_1 - U_2$，涡量集中；
· 通常比附着边界层**更易失稳**，卷起大尺度涡。

回流区
物体后方由分离点、自由剪切层以及再附点或下游流动围成的低速区域。
· 时间平均流向速度甚至可为负；
· 是分离后流动结构的重要部分。

尾迹
更下游、速度仍低于外部来流的区域。
· 是流向动量亏损区；
· 其速度分布可间接计算阻力（7.4 尾迹积分法）。

它们不是彼此独立的"标签"
分离剪切层携带涡量进入下游 → 造成速度剪切与流向动量亏损 → 伴随压强恢复以及非定常大尺度结构；Reynolds 数继续增加后，这些结构还会三维化、湍流化。回流与尾迹是同一物理过程的上下游表现。

教材图 7.2 解读：钝体绕流中的回流区与速度亏损尾迹



分离把局部边界层问题放大为整个尾迹与压力场的不对称

逐层读图

① **分离点**
边界层离开壁面的位置

② **自由剪切层**
高涡量、易失稳、卷起涡结构

③ **回流区**
低速、平均流向速度可为负

④ **速度亏损尾迹**
下游 $u < U_\infty$，动量亏损

⑤ **下游速度剖面**
宽度反映尾迹大小

互动：三种状态下，壁面剪切应力的符号是什么？

状态 A
正常附着边界层
（上游、顺压区）
τ_w？　∂u/∂y？

状态 B
分离点
τ_w？　∂u/∂y？

状态 C
分离后的近壁回流区
τ_w？　∂u/∂y？

提示（先思考再作答）

- 由 $\tau_w = \mu(\partial u/\partial y)|_w$ 判断；
- 关键在近壁速度剖面的走向：向上扬？平贴壁面？还是倒扣（回流）？
- 建议同桌讨论 1 分钟，再举手/投票作答。

7.2 物体受力：从表面应力到阻力分解

分离与尾迹造成受力变化——本节先把"物体受力"这件事算清楚、说严谨

本节回答

- 表面牵引如何用应力张量表示?
- 法向 n_b 与 n_f 为什么必须分清?
- 摩擦阻力与压差阻力如何区分?
- C_D 与 C_p 如何定义、有何物理意义?

本节核心公式（预告）

$$F = \int_S \sigma \cdot n_b \, \mathrm{dS}$$

$$F_D = F_{D,f} + F_{D,p}$$

$$C_D = \frac{F_D}{12\rho U_\infty^2 A_{\mathrm{ref}}}$$

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{12\rho U_\infty^2}$$

对应学习目标 3–5 · 含课堂互动 1 次（阻力—速度标度）

一个符号歧义：法向 n 到底属于哪一侧?

两个外法向，方向相反

- n_b：物体域外法向，物体 → 流体；
- n_f：流体域外法向，流体 → 物体；
- 同一界面：$n_b = -n_f$。

牵引的方向（Cauchy 约定）

- 物体对流体：$t_{b\to f} = \sigma \cdot n_f$
- 流体对物体（作用与反作用）：

$t_{f\to b} = -\sigma \cdot n_f = \sigma \cdot n_b$

$$F = \int_S \sigma \cdot n_b \, \mathrm{dS} = -\int_S \sigma \cdot \mathrm{n_f} \, \mathrm{dS}$$

Newton 流体的分解

$\sigma = -pI + \tau$

$t_{f\to b} = -pn_b + \tau \cdot n_b$

压强作用 + 黏性作用，直接通向摩擦阻力与压差阻力。

符号警示

孤立写 $\int_S \sigma \cdot n \, \mathrm{dS}$ 而不说明 \boldsymbol{n} 属于哪一侧，会留下实质性的符号歧义；改用流体控制体做动量平衡时，边界积分用 n_f，转回物体受力必须保留负号。

阻力 F_D 与升力 F_L：由来流方向定义

定义（来流沿 x）

- 阻力 $F_D = F_x$：总力流向分量，与来流同向；
- 升力 F_L：垂直于来流的分量；
- 二维问题取升力沿 y：$F_L = F_y$。
- 以下 \boldsymbol{F}、F_D、F_L 均指**流体对物体**的作用力。

符号提醒（易错）

- 标量 D 在本书中表示直径；粗体 \boldsymbol{D} 保留表示变形率张量——写公式时不要混淆；
- 用流体控制体做动量平衡时，边界积分采用 n_f，转换为物体受力必须保留负号。

为什么要"定义得这么严格"?

- 升力/阻力的数值取决于坐标系：来流方向变了，F_D 与 F_L 的划分就变；
- 高 Reynolds 数钝体绕流中，**F_D 主要由压差贡献**（下一节分解）；
- 周期涡脱落还会使 $C_L(t)$、$C_D(t)$ 随时间波动（7.3 节），时间平均后 $\overline{C_D} > 0$。

摩擦阻力与压差阻力：阻力的两种来源

$$F_D = F_{D,f} + F_{D,p}$$

摩擦阻力 $F_{D,f}$
- 来源：表面**切向黏性应力**（壁面剪切 τ_w）；
- 直接依赖速度梯度的积分；
- 平行于来流的薄平板：以摩擦阻力为主。

压差阻力 $F_{D,p}$**（形状阻力）**
- 本质：表面压强前后不对称 $p_{前} \neq p_{后}$；
- 钝体分离后背面维持低压，往往成为主要贡献；
- 来源是"形状"带来的压强分布，故又称形状阻力。

判断"哪种阻力为主"：先问分离是否发生、尾迹有多宽、背压能否恢复——这正是流线型设计与流动控制的依据

流线型 vs 钝体：为什么形状决定阻力来源?

流线型物体
- 表面曲率变化平缓 → 逆压梯较弱 → 分离晚、尾迹窄；
- 压差阻力小，摩擦阻力在总阻力中可能占较大比例；
- 例：翼型、流线型车身、水下航行器。

钝体
- 外流迅速减速 → 强逆压梯 → 边界层较早分离；
- 宽尾迹 + 较低背压 → 压差阻力占据主导；
- 例：圆柱、方柱、迎风平板、建筑物。

流线型设计的核心依据
延迟分离 → 缩小尾迹 → 改善背部压强恢复
——把"形状"这个自由变量变成控制压差阻力的工程杠杆（7.4 节将给出更多控制手段）。

C_D 与 C_p：把阻力、压强"无量纲化"

$$C_D = \frac{F_D}{12\rho U_\infty^2 A_{\text{ref}}}$$

一般依赖关系：$C_D = f(Re, \text{几何形状}, \text{表面粗糙度}, \dots)$
可压缩流动还受 Mach 数影响

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{12\rho U_\infty^2}$$

C_p 反映表面压强相对来流动压的变化：对称不分离 → 前后对称；一旦分离，迎风高压与背风低压无法充分恢复 → 压差阻力

互动：速度加倍，阻力会变成几倍?

问题

同一物体、同一流体中，若 C_D 近似保持不变，来流速度 U_∞ 增加到原来的 **2 倍**，阻力 F_D 变为多少倍?

A. 2 倍

B. 4 倍

C. 不变

D. 8 倍

提示：由 $F_D = C_D \cdot \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_{\text{ref}}$ 出发，看 U_∞ 以几次方出现。注意本题是"阻力"而不是"阻力系数"。

7.3　圆柱绕流

圆柱：观察 Reynolds 数的"显微镜"

为什么是圆柱？几何足够简单，现象足够丰富——
一个无量纲参数 Re_D 就能组织整段演化史：
势流悖论 → 近似附着 → 稳态双涡 → Kármán 涡街 → 三维失稳 → 亚临界宽尾迹 → 阻力危机 → 危机后湍流绕流

本节对应学习目标 5–8　·　含课堂互动 3 次 · 例题 7.1 · 数字赋能

圆柱势流的角坐标约定：θ 从哪开始、往哪增加?

$$u_\theta(R,\theta) = +2U_\infty \sin\theta, \qquad 0 \le \theta \le \pi$$

本教材的局部约定

· 半径 R 的圆柱，均匀来流沿 $+x$；
· 只在上半表面定义局部弧角 θ：迎风驻点 $\theta = 0$，沿上半表面顺时针（顺外流方向）增加，背风驻点 $\theta = \pi$；
· 切向基矢 e_θ 指向 θ 增大方向。

换约定会怎样?

· 标准极角 α（自下游 $+x$ 射线起、逆时针增加）：$u_\alpha = -2U_\infty \sin\alpha$；
· 差别来自切向基矢方向，不改变速度大小与 C_p 分布；
· θ 仅表示圆柱表面角度；边界层动量厚度仍沿用第 6 章的 θ——两个 θ 只能在各自限定的局部语境中使用。

易错点：符号约定必须与图、公式"同版本"——先看基矢方向，再写公式。

分步推导：Bernoulli → C_p = 1 − 4 sin²θ

Step 1 · Bernoulli 方程： $p+\frac{1}{2}\rho u^2=p_\infty+\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$

↓

Step 2 · 压强系数定义： $C_p=\frac{p-p_\infty}{12\rho U_\infty^2}=1-\left(\frac{u_\theta}{U_\infty}\right)^2$

↓

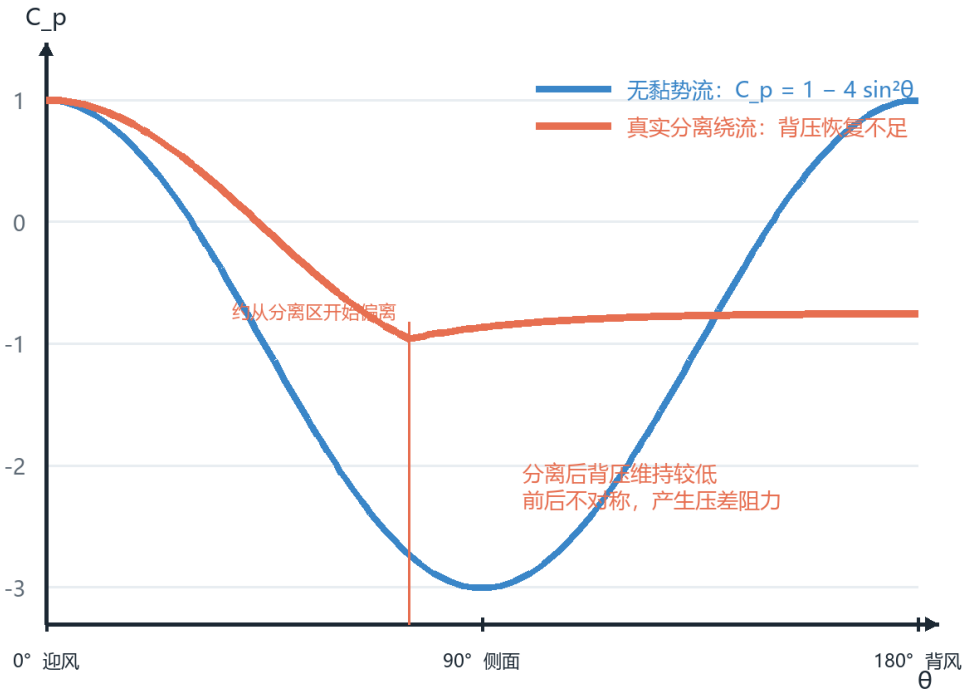
Step 3 · 代入表面速度： $u_\theta=2U_\infty\sin\theta\ \Rightarrow C_p=1-4\sin^2\theta$

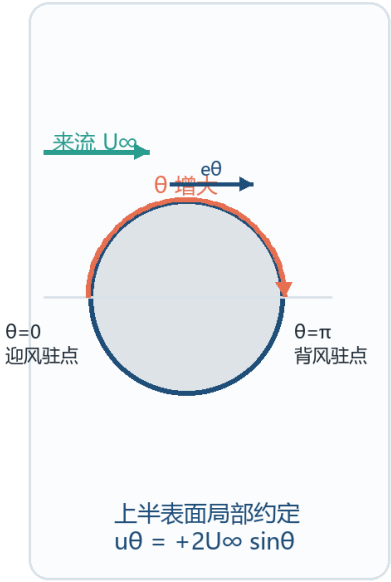
↓

Step 4 · 关键点检查： $\theta=0,\pi\Rightarrow C_p=1$（驻点）；$\theta=\pi/2\Rightarrow C_p=-3$（侧面最低压）

物理图像：驻点处动能全部转化为压能（C_p=1）；侧面流速最大、压强最低（C_p=−3）；前后完全对称

教材图 7.3 解读：势流对称 vs 真实分离绕流





定性对照：橙色曲线不对应某一特定 Reynolds 数或实验数据

逐层读图

蓝色 · 无黏势流

$$C_p = 1 - 4\sin^2\theta$$

前后对称，后部恢复到 $C_p = 1$

红色 · 真实分离绕流

约从分离区开始偏离；背压低、恢复不足

物理后果

前后不对称 → 压差阻力

右上插图

θ 约定：0 迎风 → π 背风

互动：势流圆柱的阻力是多少？你相信吗？

问题 1

圆柱势流满足 $C_p = 1 - 4\sin^2\theta$，前后驻点均为 $C_p = 1$，压强分布前后对称、无黏性剪切。
无黏势流给出的总阻力 F_D =?

A. 0

B. 正（推向后）

C. 负（吸向前）

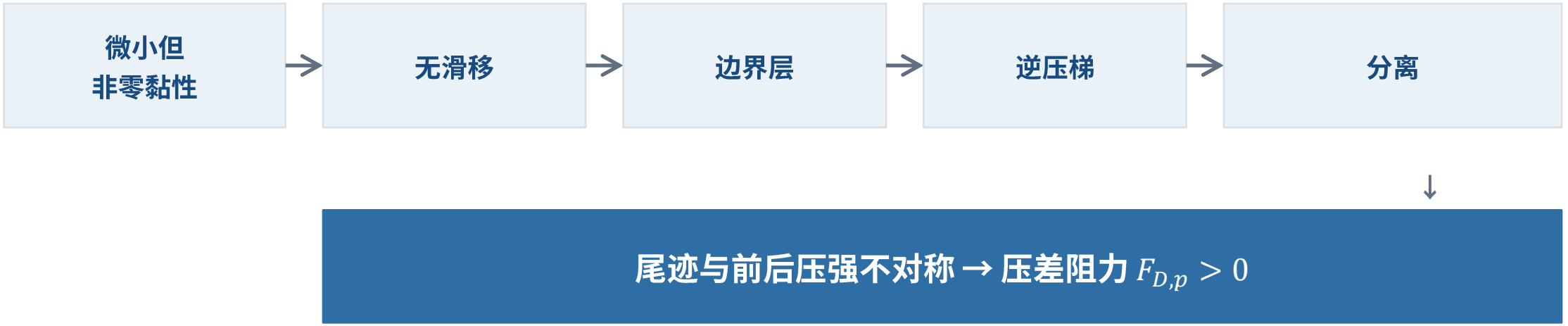
D. 无法确定

问题 2（追问）

如果你在风洞实验中测到显著阻力，说明势流模型的哪个假设被破坏了？
（提示：从"固壁边界条件"的角度想——无滑移 vs 无穿透）

D’ Alembert 悖论的物理解答：黏性如何打破对称?

悖论的本质：势流理论在其假设范围内自洽，但真实固壁流动满足**无滑移条件**，理想势流只满足**无穿透条件**。



一句话回答：微小但非零黏性 → 无滑移 → 边界层 → 逆压梯 → 分离 → 尾迹与压强不对称 → $F_{D,p} > 0$
这是高 Reynolds 数黏性流动最重要的物理图像之一。

一个参数组织整段演化史：Re_D = U_∞ D / ν

$$Re_D = \frac{U_\infty D}{\nu}$$

Re 比较什么?

- 惯性作用尺度 $\approx \rho U^2/L$；黏性作用尺度 $\approx \mu U/L^2$；
- 比值 $\propto UL/\nu$；
- Re 不是简单的"速度大小"——**长度尺度改变同样改变 Re**；不同问题的特征速度与长度可能不同。

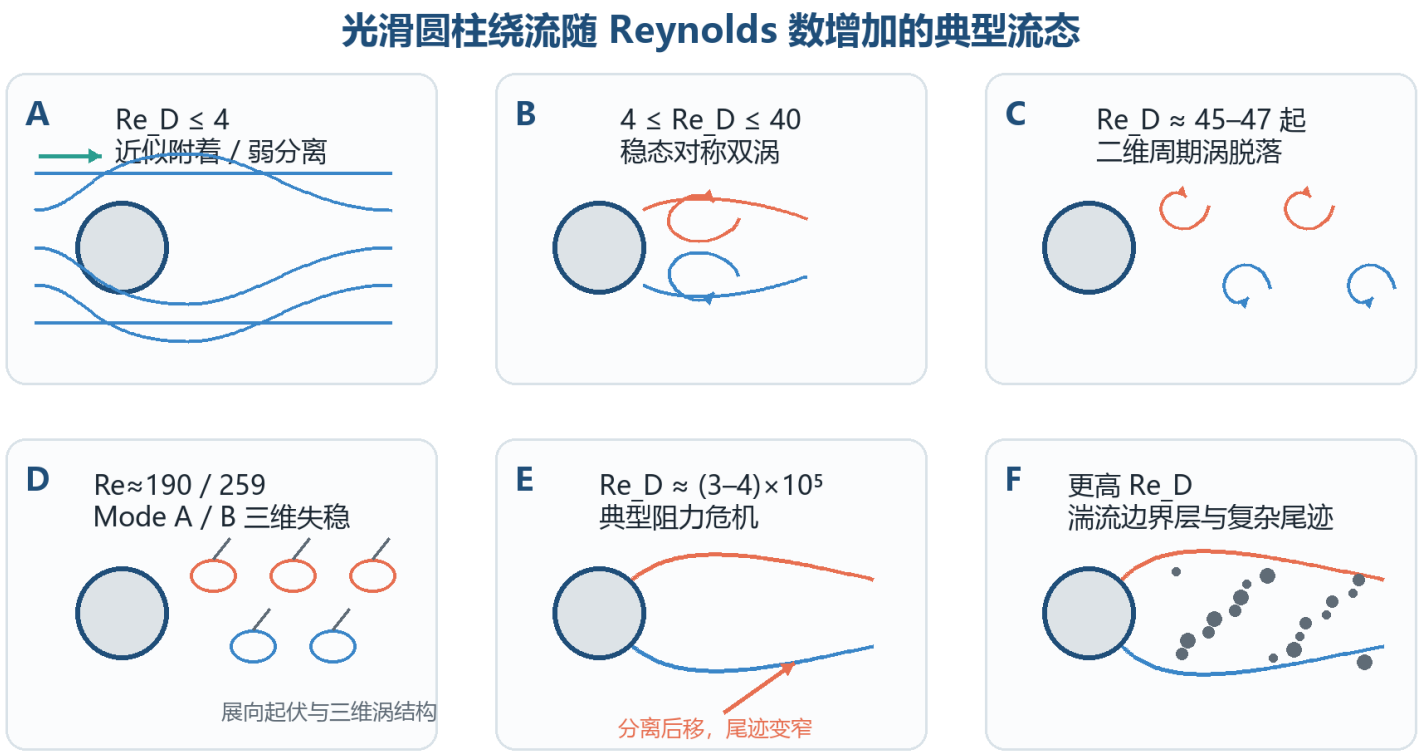
圆柱绕流的 Re 演化不是一步到位

随 Re_D 增加，依次改变：分离状态 → 尾迹对称性 → 空间维数 → 近壁边界层状态。

不能简单地说"层流→湍流"一步完成。

下一页用教材图总览六种典型流态——先看"全貌"，再逐段解剖

教材图 7.4 解读：六种典型流态总览（A–F）



区间用于建立物理图像；具体临界值随来流湍流度、表面粗糙度、端部条件与判据而变化

A–F 速记

A Re_D ⩽ 4：近似附着 / 弱分离
B 4–40：稳态对称双涡
C ≈45–47 起：二维周期涡脱落
D ≈190 / 259：Mode A / B 三维失稳
E $(3–4)\times10^5$：典型阻力危机
F 更高 Re：湍流边界层与复杂尾迹
注意：临界值随来流湍流度、粗糙度、端部条件与判据而变化

Re_D ≪ 1：近似附着的黏性绕流，与 Stokes 悖论

Re_D ≪ 1 的流动图像

- 黏性占主导，流线前后近似对称；
- 通常没有明显分离回流区、没有周期涡脱落；
- $Re_D \lesssim O(1)$ 时黏性影响扩展到圆柱周围很大区域；
- 对应第 5 章 Stokes 流 / 蠕流思想。

Stokes 悖论（易错点）

- 三维球体 Stokes 极限：$C_D = 24/Re$（著名结果）；
- 但**二维无限长圆柱**的严格 Stokes 极限存在 **Stokes 悖论**；
- 不能把球的 $24/Re$ 直接写成圆柱定律；
- 低 Reynolds 数圆柱阻力需要不同的渐近或有限 Re 处理。

为什么"极端小 Re"反而需要小心?

- 二维无限长圆柱的定常 Stokes 方程不存在满足全部远场条件的解——这是 Stokes 悖论的数学实质；
- 球（三维）则没有这个问题，所以 $C_D = 24/Re$ 是三维结论；
- 习题 7.30 专门检查这一概念：**"低 Re 时直接用 24/Re_D" 是错误表述**。

$4 \lesssim Re_D \lesssim 40$：分离出现了，但尾迹仍然稳态

流动图像

- 惯性增强，圆柱后部首先出现分离；
- 形成一对近似对称的**稳态回流涡**；
- 早期实验把稳态双涡起点放在 $Re_D \approx 5$ 附近（受判据影响）；
- 随 Re 增加，回流区长度与强度一般增加。

关键结论

分离并不必然意味着非定常涡脱落。

- 分离可以先形成稳定的平均回流结构；
- 尾迹随后才发生失稳（Hopf 分岔）；
- 因此"分离"与"涡脱落"是两个不同的转变。

教材依据

低 Reynolds 数实验受圆柱长径比与端部条件影响；理想无限长圆柱的二维或 Floquet 临界值不等同于有限跨度实验中的锐利分界——表中的数值用于建立演化顺序。

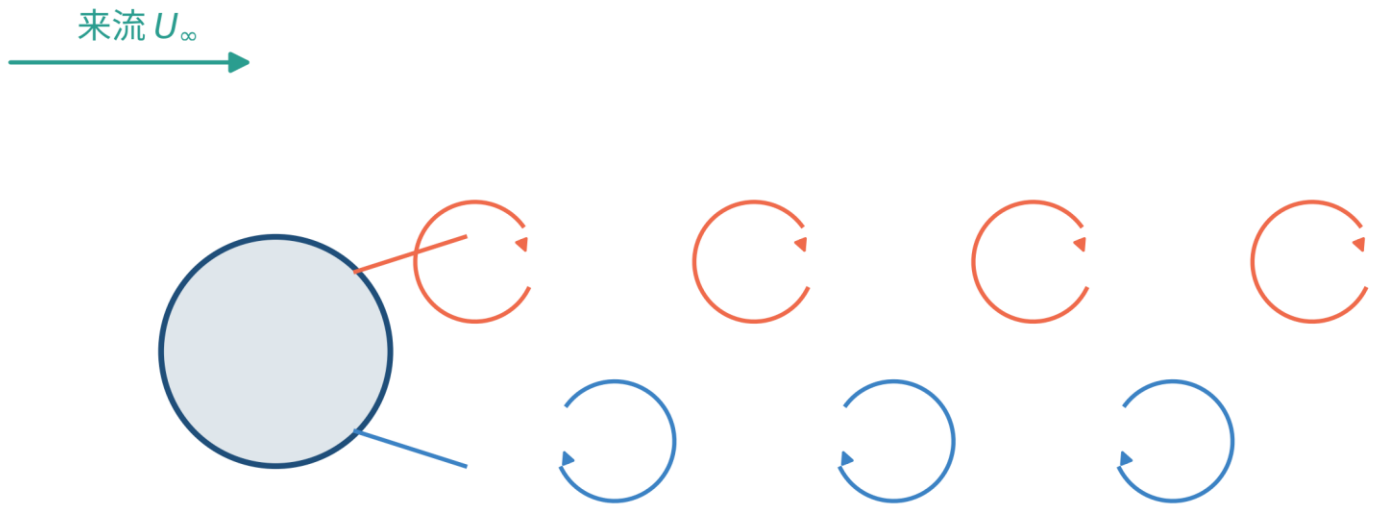
Re_D ≈ 47：稳态尾迹失稳，Kármán 涡街诞生

$Re_D \approx 47$（理想二维圆柱 Hopf 失稳阈值；实验/数值约 45–47）

发生什么?
- 稳态对称尾迹失去稳定性（Hopf 失稳）；
- 上下两侧剪切层交替卷起、脱落相反旋向的涡；
- 形成 **Kármán 涡街**（周期性反对称尾迹）。

物理图像
- 微小扰动被放大：一侧涡结构的增长会抑制另一侧同步脱落 → 交替模式；
- 在三维失稳发生以前，二维周期性仍是重要的基本动力学图像；
- 从本节起，圆柱受力开始出现周期性波动。

教材图 7.5 解读：Kármán 涡街的交替脱落



上下剪切层交替卷起 → 形成 Kármán 涡街

涡脱落频率 f_s：升力主频 $f_L \approx f_s$；理想二维周期尾迹中阻力主频 $f_D \approx 2f_s$

读图要点

- 上下两侧剪切层具有**相反符号的涡量**；
- 交替卷起、脱落相反旋向的涡，交错排列；
- 若两侧严格同步对称脱落，尾迹保持镜面对称——但该状态在 Re 以上失稳；
- 涡脱落频率 f_s：升力主频 $f_L \approx f_s$；理想二维周期尾迹中阻力主频 $f_D \approx 2f_s$。

$Re_D \approx 190–260$：二维涡街的三维失稳

两个典型临界值（Floquet 分析）

- **Mode A**：$Re_D = 188.5 \pm 1.0$（长展向波长约 3.96D）；
- **Mode B**：$Re_D \approx 259$（短展向波长约 0.822D）；
- 实验中的转变是有限范围，而非两个绝对锐利的界面。

尾迹发生了什么?

- 展向起伏、三维涡结构与多尺度相互作用；
- 二维 Kármán 涡街只是有限 Re 范围内的理想化动力学；
- 更高 Re 下逐渐发展为复杂甚至湍流的尾迹。

必须区分两个状态（本章关键概念）

- **近壁边界层**：可以仍以层流形式发展并发生层流分离；
- **分离后的尾迹**：已经具有强烈三维性与湍流性。

因此："尾迹已经湍流" ≠ "分离前边界层已经是湍流边界层"——这是理解阻力危机的前提。

边界层、剪切层、远尾迹：三个层次要分开判断

层次 1 · 近壁边界层
分离前是层流还是湍流？——由边界层转捩决定，通常在阻力危机附近（约 3×10^5 起）才发生。

层次 2 · 分离后的自由剪切层
是否已经失稳？——剪切层通常比附着边界层更易失稳，较早出现涡卷起。

层次 3 · 远尾迹
是否已三维化/湍流化？——从 $Re\approx190–260$ 的三维失稳开始逐渐发展。

结论
三个层次发生转变的 Reynolds 数并不相同；"尾迹已经湍流"并不等于"分离前边界层已经是湍流边界层"。区分这两个状态，是理解阻力危机的前提。

亚临界高 Reynolds 数：层流分离与宽尾迹



亚临界意味着什么?

- "亚临界"指 Reynolds 数低于阻力危机临界值：分离前边界层仍主要保持**层流特征**;
- 层流边界层抵抗逆压梯能力较弱 → 分离相对靠前 → 宽低压尾迹 → C_D 维持在 $O(1)$ 量级;
- 该范围对应教材图 7.4 的 C、D、E 早期（涡街与三维尾迹），直至危机前。

想一想：既然尾迹早已三维化、湍流化，为什么 C_D 还能维持 O(1)?
——因为决定压差阻力的关键是**最终分离位置与背压**，而它们主要受分离前边界层状态控制。

阻力危机：转捩如何把最终分离点推向后方？

转捩过程链：层流边界层 → 层流分离 → 转捩与再附 → 湍流边界层 → **更靠后的最终分离**

为什么湍流边界层更"抗分离"？
- 更强的跨层动量交换；
- 把外层较高动量输运到近壁区；
- 近壁流体获得额外动量 → 更能抵抗逆压梯。

后果链
- 最终分离点向后移动；
- 尾迹变窄、背压提高；
- 压差阻力明显下降 → **阻力危机（drag crisis）**

数值与条件
- 光滑圆柱典型临界范围：$Re_D = (3\text{--}4) \times 10^5$（低湍流度来流）；
- 具体位置随表面粗糙度、来流湍流度与试验条件显著移动；
- 危机不是"黏性突然减小"，而是**分离前的边界层状态改变**。

教材图 7.6 解读：从涡街到阻力危机的事件序列



事件序列速记

45–47　二维 Hopf 失稳

188.5±1.0　Mode A 三维失稳

≈259　Mode B 三维失稳

≈3×10^5　分离前边界层转捩

$(3–4)\times10^5$　典型阻力危机

注意：纵向间距表示先后顺序，不是对数坐标；临界范围随条件移动

Strouhal 数：把涡脱落频率无量纲化

$$St = \frac{f_s D}{U_\infty}$$

两个特征时间

- 对流时间 $t_{\mathrm{conv}} = D/U_\infty$：流体流过一个直径所需时间；
- 脱落周期 $t_{\mathrm{shed}} = 1/f_s$：相邻涡脱落的时间间隔。
- $St = t_{\mathrm{conv}}/t_{\mathrm{shed}}$。

读法（物理含义）

- $St \approx 0.20$ 表示 $t_{\mathrm{shed}} \approx 5\, t_{\mathrm{conv}}$：一个脱落周期约为 5 个对流时间；
- 涡脱落速率由对流尺度与圆柱尺度共同确定；
- 频率关系：$f_s = St\ \frac{U_\infty}{D}$。

St 的物理含义：U_∞ 和 D 如何控制涡脱落频率?

$$f_s = St\,\frac{U_\infty}{D}$$

定性影响（St 近似不变时）
- $U_\infty \uparrow \rightarrow f_s \uparrow$（来流越快，脱落越快）；
- $D \uparrow \rightarrow f_s \downarrow$（圆柱越大，脱落越慢）；
- 这正是 St 作为"无量纲频率"的价值：把 U 与 D 的影响统一。

St 本身不是普适常数
- St 随 Re 与尾迹状态变化；
- 低 Re 稳定涡街区 St 快速上升；过渡区约 150–300 不满足简单拟合；较高 Re 趋近约 0.21；
- 不能把 0.20 当普适常数跨区间使用。

例题 7.1 预告
D=0.050 m、U_∞=0.80 m/s、ν=1.0×10⁻⁶ m²/s：
Re_D=4.0×10⁴（远高于涡街与最初三维失稳，低于阻力危机）；取 St=0.20 → f_s=3.2 Hz、t_shed≈0.31 s。
更细节的判断与"升力主频≈f_s、阻力主频≈2f_s"在例题页展开。

互动：U_∞ 加倍或 D 减半，涡脱落频率如何变？

问题

在 St 近似不变的 Reynolds 数范围内：(1) U_∞ 增加为 2 倍，f_s 如何变？
(2) 直径 D 增加为 2 倍，f_s 又如何变？

(1) U_∞ ×2

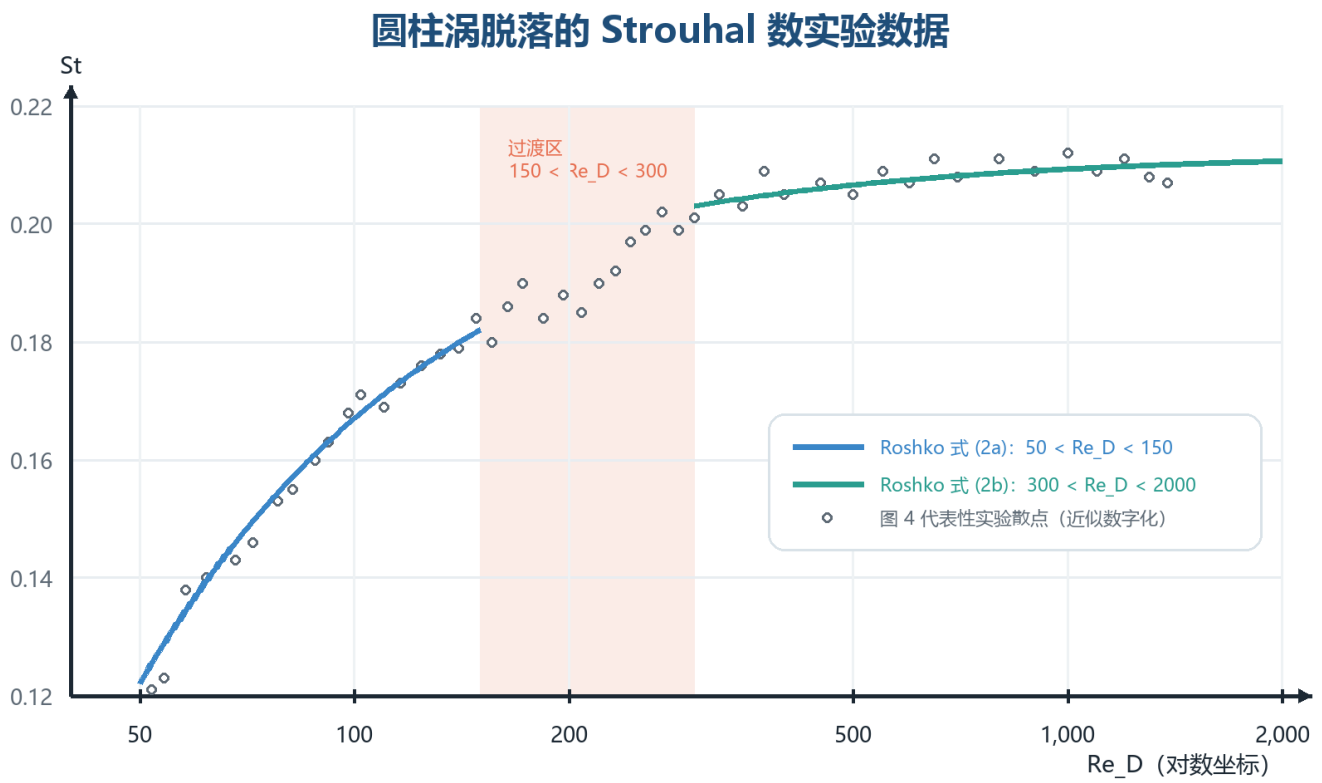
A. f_s ×2　B. f_s ÷2
C. f_s 不变

(2) D ×2

A. f_s ×2　B. f_s ÷2
C. f_s 不变

提示：从 $f_s = St\, U_\infty / D$ 出发，注意 St 在本题视为近似常数；各自独立变化时分别看分子分母。

教材图 7.7 解读：St 随 Re_D 的实验数据（Roshko 1954）



定义 St = f_s D / U∞；数据来源：Roshko (1954), NACA Report 1191, Fig. 4

数据怎么读

- 低 Re 稳定涡街区：St 随 Re_D 快速上升；
- 过渡区 150<Re<300：不满足简单拟合；
- 较高 Re：趋近约 0.21；
- 散点=代表性数字化测量点；实线=原作者拟合（式 2a / 2b）；
- 已作风洞阻塞修正、未作端部修正；教学读取存在有限误差，精确比较请回原图。

例题 7.1：由 Re_D 判断尾迹状态，由 St 求涡脱落频率

已知

$D = 0.050\,\mathrm{m}$

$U_\infty = 0.80\,\mathrm{m/s}$

$\nu = 1.0 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$

Step 1 · Reynolds 数

$$Re_D = \frac{U_\infty D}{\nu} = \frac{0.80 \times 0.050}{10^{-6}} = 4.0 \times 10^4$$

远高于涡街与最初三维失稳，低于阻力危机范围。

状态判断

- 尾迹：显著三维、多尺度非定常；
- 分离前边界层未必已是湍流边界层；
- 取 St≈0.20 计算脱落频率。

Step 2 · 涡脱落频率

$$f_s = St\,\frac{U_\infty}{D} = 0.20 \times \frac{0.80}{0.050} = 3.2\,\mathrm{Hz}$$

$$t_{\mathrm{shed}} = 1/f_s = 0.313\,\mathrm{s}$$

Step 3 · 力的主频

理想交替脱落中：

- 升力主频 $\approx f_s = 3.2\,\mathrm{Hz}$
- 阻力主频 $\approx 2f_s = 6.4\,\mathrm{Hz}$

物理解读

Re 先判断流态，St 再把无量纲频率换算成实际频率；真实湍流尾迹频谱会展宽，2f_s 是理想二维周期尾迹下的估计。

数字赋能：一行代码扫描 U_∞ 对 f_s 的影响

计算目的：例题 7.1 是单点计算；参数扫描展示 $f_s = St\,U_\infty/D$ 与 $Re_D = U_\infty D/\nu$ 的敏感性。**输入：**St=0.20、D=0.050 m、ν=1.0×10⁻⁶；**数学关系：**上述两式。

```
import numpy as np
St, D, nu = 0.20, 0.050, 1.0e-6
U = np.linspace(0.1, 2.0, 20)
Re = U * D / nu
fs = St * U / D
print("U[m/s] Re_D fs[Hz]")
for u, re, f in zip(U, Re, fs):
print(f"{u:5.2f} {re:10.0f} {f:6.2f}")
```

结果预测

- U=0.8 → Re_D=4.0×10⁴、f_s=3.2 Hz（对应例题 7.1）；
- U=2.0 → Re_D=1.0×10⁵、f_s=8.0 Hz；
- 频率随速度线性增长。

物理解读

脱落越快，结构受交变载荷的频率越高——工程上要评估涡激振动风险。

周期涡脱落带来的力波动：升力 f_s，阻力 2f_s

升力波动
- 上下涡交替脱落 → 表面压强上下交替不对称；
- 升力 $C_L(t)$ 以基本频率振荡；
- 主频 $f_L \approx f_s$。

阻力波动
- 阻力不区分上下方向：两侧脱落的作用叠加；
- 理想二维周期尾迹中阻力主频 $f_D \approx 2f_s$；
- 时间平均阻力仍为正（由压差主导）。

为什么阻力主频是 2f_s?
- 一个完整的交替脱落周期内，上、下各脱落一个涡，流场对圆柱的"阻力贡献"完成两次对称性重复；
- 升力则在上下交替中完成一次完整周期；
- 例题 7.1 中：$f_L \approx 3.2$ Hz、$f_D \approx 6.4$ Hz。

工程意义：结构受交变升力与阻力载荷，频率分别是 f_s 与 $2f_s$——涡激振动分析的输入。

工程案例：涡激振动与结构安全

问题

圆柱类结构在来流中受到周期性升力/阻力（频率 f_s、$2f_s$）；当脱落频率接近结构固有频率时发生**涡激振动（VIV）**：大幅结构响应、疲劳破坏甚至失效。

工程对象

- 烟囱与高耸结构；
- 海洋立管、跨海桥梁构件；
- 换热器管束、输电线缆；
- 高层建筑与天线桅杆。

St 数如何参与设计？

- 由 $f_s = St\, U_\infty / D$ 估算来流速度对应的脱落频率；
- 评估 f_s 是否与结构固有频率重合；
- 通过阻尼、扰流装置、改变刚度或截面规避共振。

课程思政 · 工程责任

- 基础力学结论（St、f_s）直接关系公共安全；
- 设计者必须同时评估静力与交变载荷、疲劳寿命；
- 案例提醒：任何一个无量纲参数背后都是真实的工程风险。

阻力系数是 Reynolds 数的函数：C_D = f(Re_D)

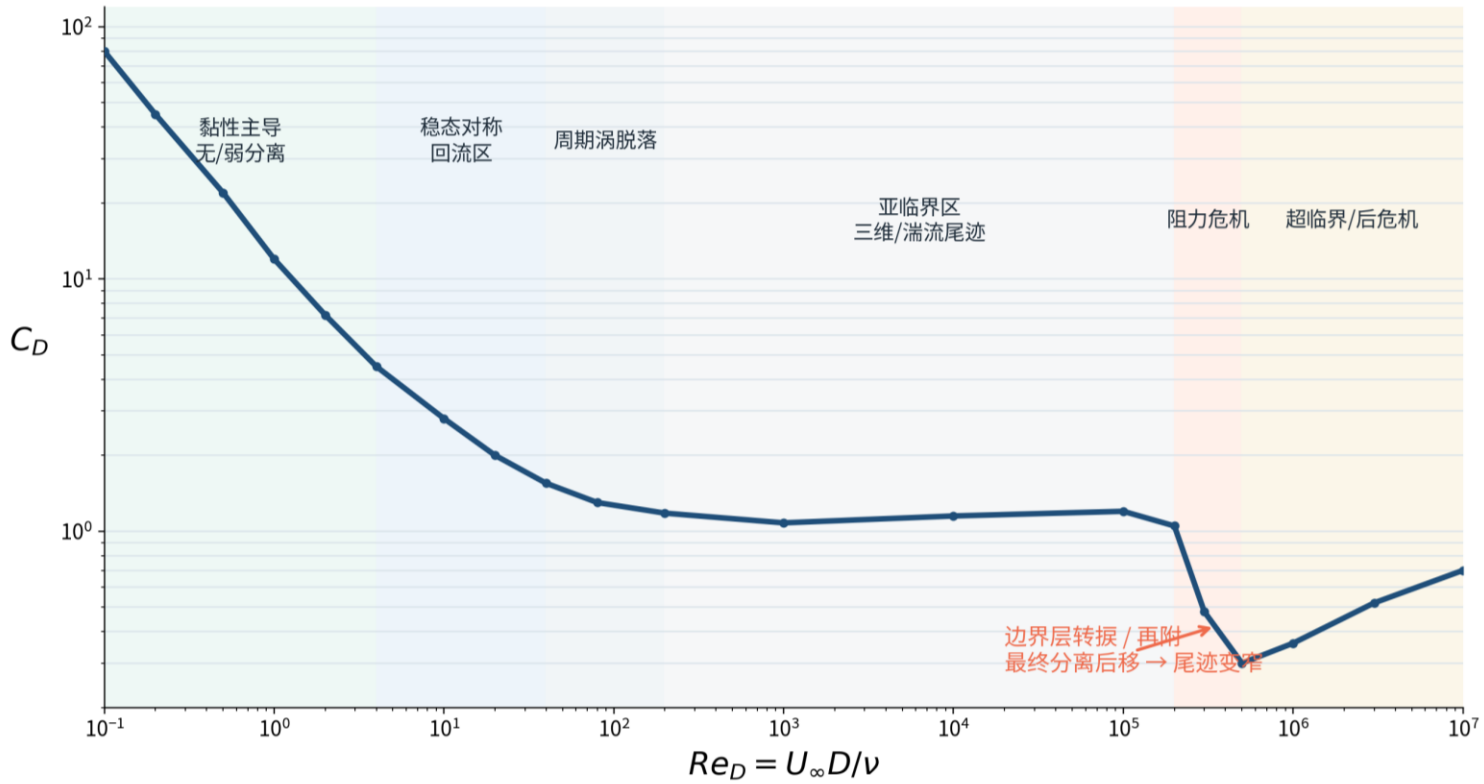
低 Reynolds 数（黏性主导）
- C_D 随 Re 快速下降（约 $1/Re$ 标度）；
- 三维球体 Stokes 极限 $C_D = 24/Re$ 著名；
- **不能直接套用二维无限长圆柱**（Stokes 悖论）。

亚临界区（分离后压差主导）
- C_D 不再由 $1/Re$ 标度决定；
- 依赖分离位置、背压与尾迹宽度；
- 涡街与三维失稳阶段 C_D 保持 $O(1)$ 量级。

阻力危机（转捩）
- 分离前边界层转捩 → 分离后移 → 尾迹变窄、背压提高；
- C_D 明显突降；
- 典型 $(3\text{--}4) \times 10^5$，随条件移动。

危机之后（后危机区）
- 流动对粗糙度、来流湍流度与端部条件更敏感；
- C_D 随 Re 缓慢变化；
- 完整曲线见教材图 7.8。

教材图 7.8 解读：C_D–Re_D 曲线浓缩了整章流态



光滑圆柱的定性示意：临界范围和 C_D 水平会随粗糙度、来流湍流度、端部条件等变化，不用于定量查值

分区读图

- 黏性主导：C_D 快速下降；
- 回流区 / 涡脱落：过渡到 O(1)；
- 亚临界：O(1) 平台；
- **阻力危机：突降**；
- 后危机：缓慢回升；
- 红字：边界层转捩、再附，分离后移→尾迹变窄；

注意：定性示意，不用于定量查值

概念辨析：粗糙度为什么可能减小钝体阻力?

直觉 vs 机制

- 直觉：粗糙度 → 摩擦增大 → 阻力增大（对平板常成立）；
- 钝体高 Re 绕流：适当粗糙度提前触发转捩 → 湍流边界层显著延迟分离 → 摩擦略增、**压差阻力大幅减小**;
- 总阻力 $F_D = F_{D,f} + F_{D,p}$ 可能反而下降。

高尔夫球的经典例子

- 凹坑（粗糙度）使转捩更早发生;
- 阻力危机被推到更低的 Reynolds 数;
- 飞行中延迟最终分离 → 阻力下降 → 球飞得更远。

必须回答的辨析

- 评价粗糙度对阻力的影响，**必须比较 F_{D,f} 与 F_{D,p} 的总和**;
- "粗糙度一定增大阻力"对钝体高 Re 绕流不成立;
- 对飞机蒙皮（附着流为主）则是另一回事——分情况讨论。

下一页互动：用 F_D=F_{D,f}+F_{D,p} 解释"局部摩擦增大反而总阻力下降"

互动：为什么"局部摩擦增强"反而"总阻力下降"？

问题

光滑圆柱在阻力危机附近：分离前边界层发生转捩后，**近壁摩擦（F_{D,f}）增大**，但**总阻力（F_D）下降**。

请从 $F_D = F_{D,f} + F_{D,p}$ 出发，给出解释（同桌讨论 2 分钟）。

推理线索

- 摩擦项的变化方向与大小？
- 压差项由什么决定（分离位置、尾迹宽度、背压）？
- 转捩如何改变压差项？

提示：比较两部分变化的幅度——"大项变小"可以超过"小项变大"。

7.4　尾迹动量亏损与分离控制

测量尾迹，就能测出阻力

从"受力"转到"尾迹"：

- 动量亏损积分 → 阻力（单位展长）
- 分离控制：让近壁流体更有"底气"抵抗逆压梯
- 阻力机制总表：平板、翼型、圆柱、方柱、迎风平板

本节对应学习目标 9–11　·　含例题 7.2 · 数字赋能 · 课堂互动 1 次

为什么尾迹的动量亏损能给出阻力?

$$F_D' = \rho \int_{-\infty}^{\infty} u\,(U_\infty - u)\,\mathrm{d}y$$

物理图像

- 物体把流体"拖慢"：尾迹中 $u < U_\infty$；
- 单位时间流向动量的亏损率 = 阻力；
- **只有 $u < U_\infty$ 的区域贡献亏损**——亏损越宽越深，阻力越大；
- F_D' 表示单位展长的阻力（二维）。

适用条件（教材明确）

- 二维不可压流动；
- 稳态或长时间平均；
- 下游截面足够远：覆盖完整尾迹、压强已恢复、远场黏性项可忽略。

这就是"尾迹测阻"的实验原理：用皮托管/热线测剖面 u(y)，积分即得阻力

互动：测阻截面选在何处，结果才可信?

问题

若下游测速截面取得太靠近物体（x 较小），尾迹速度剖面窄而深，直接用 $F_D{}' = \rho \int u\ (U_\infty - u)\,\mathrm{dy}$ 得到的阻力会：

A. 偏大	B. 偏小	C. 不变	D. 无法判断

提示

回想公式推导的两个前提：① 下游截面压强已恢复；② 截面覆盖完整尾迹（$u \to U_\infty$ 之外无亏损）。截面太近时，哪个前提被破坏了？推导中被消去的哪一项会重新出现?

分步推导：从动量平衡到尾迹积分公式

Step 1 · 控制体： 上游截面均匀 U_∞、p_∞；下游截面 $u(y)$（压强已恢复）；上下边界取在远场（$u \to U_\infty$、$p \to p_\infty$）

↓

Step 2 · 质量守恒： 下游速度亏损 → 侧边界净流入质量流量 $\rho U_\infty (2H) - \rho \int u \ \mathrm{dy}$，带 U_∞ 的流向动量

↓

Step 3 · 动量平衡： $-F_D{}' = \rho \int u^2 \ \mathrm{dy} + \left[\rho U_\infty^2 (2H) - \rho U_\infty \int u \ \mathrm{dy}\right] - \rho U_\infty^2 (2H)$

↓

Step 4 · 化简： $-F_D{}' = -\rho \int u \ (U_\infty - u) \, \mathrm{dy} \quad \rightarrow \quad F_D{}' = \rho \int u \ (U_\infty - u) \, \mathrm{dy}$

推导中的关键近似

- 下游截面取得足够远：压强恢复（前后截面压强差≈0）、远场黏性应力对动量通量的贡献可忽略；
- 上下边界在远场：只有水平来流，不贡献法向动量变化；
- 稳态或长时间平均：去掉非定常项。

例题 7.2：由测量速度剖面积分求阻力

已知

$u(y) = U_\infty\left[1 - a\,e^{-y^2/b^2}\right]$

$U_\infty = 10\,\mathrm{m/s}$、$a = 0.3$、$b = 0.1\,\mathrm{m}$、$\rho = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$、$D = 0.2\,\mathrm{m}$

Step 1 · 代入尾迹积分

$$F_D{}' = \rho\int u\,(U_\infty - u)\,\mathrm{dy}$$

$$= \rho U_\infty^2\int\left(ae^{-y^2/b^2} - a^2e^{-2y^2/b^2}\right)\mathrm{dy}$$

Step 2 · 高斯积分

$$\int e^{-y^2/b^2}\,\mathrm{dy} = \sqrt{\pi}\,\mathrm{b}$$

$$\int e^{-2y^2/b^2}\,\mathrm{dy} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{b}$$

Step 3 · 单位展长阻力

$$F_D{}' = \rho U_\infty^2 b\left(a\sqrt{\pi} - a^2\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$$

$$= 1.2\times10^2\times0.1\times(0.532 - 0.113)$$

$$= 5.03\,\mathrm{N/m}$$

Step 4 · 阻力系数

$$C_D = \frac{F_D{}'}{12\rho U_\infty^2 D} = \frac{5.03}{0.5\times1.2\times100\times0.2}$$

$$= 0.419$$

物理解读

- 高斯剖面 a 控制亏损深度、b 控制亏损宽度——亏损越宽越深，F_D' 越大；
- 例题说明：只要测得下游剖面，无需直接测表面应力，就能得到阻力（尾迹测阻法）；
- 下一页用数值积分复算并做网格收敛检查。

数字赋能：数值积分求尾迹阻力与 C_D

计算目的：例题 7.2 用解析高斯积分；这里用数值积分复算并做网格收敛检查，体会"离散→积分→收敛"的数值思想。**输入：**与例题 7.2 完全相同。

```
import numpy as np
rho, U, a, b = 1.2, 10.0, 0.3, 0.1
def F_drag(N):
y = np.linspace(-1.0, 1.0, N)
u = U * (1.0 - a*np.exp(-(y/b)**2))
return rho * np.trapz(u*(U - u), y)
for N in [101, 1001, 20001]:
print(N, round(F_drag(N), 3))
# 解析值 5.03 N/m
```

结果预测

- 三种网格均收敛到 ≈5.03 N/m；
- 网格加密 → 结果基本不变（网格无关）；
- C_D=0.419 与例题一致。

物理解读

数值结果可信的前提：积分区间覆盖完整尾迹、离散足够细——"网格无关性"思想。

von Kármán 动量积分方程：分离是动量亏损的积累

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{dx}} + (2+H)\frac{\theta}{U_e}\frac{\mathrm{dU_e}}{\mathrm{dx}} = \frac{C_f}{2}$$

各项含义（第 6 章引入）

- θ：动量厚度；$H = \delta^*/\theta$：形状因子；
- U_e：边界层外缘速度；C_f：壁面摩擦系数；
- 左端两项分别来自流向发展与外流压强梯度。

分离趋势的积分判断

逆压梯下 $\mathrm{dU_e/dx} < 0$：θ 增大、H 往往增大、C_f 减小；
接近分离时 $C_f \to 0$，即 $\tau_w \to 0$。
积分观点：分离＝动量亏损积累到近壁流体无法继续保持附着的极限状态。

常见误区（必须纠正）

"某个几何形状的分离点是固定的。"——**错误**。分离位置还取决于 Reynolds 数、压强梯度、边界层的层流/湍流状态、表面粗糙度、来流湍流度、非定常效应、壁面吸吹与物体运动。
分离点是流动状态的一部分，而不是由几何形状单独确定的固定参数。

分离控制：让近壁流体更有"底气"抵抗逆压梯

流线型设计 | 壁面吸气 | 吹气 / 射流 | 涡流发生器 | 粗糙度 / 人工转捩

↓

共同目标：增加近壁流体抵抗逆压梯的能力

每种手段的物理机制

- 吸气：抽走低动量近壁流体；
- 吹气/射流：直接给近壁补充动量；
- 涡流发生器：把外层动量"卷"进近壁；
- 粗糙度/转捩：湍流边界层更强的动量交换。

回到本章主线

- 分离 = 近壁流体动量耗尽（$\tau_w = 0$）；
- 控制分离 = 控制近壁动量收支；
- 工程意义：减小压差阻力、提高升力、避免非定常载荷。

阻力机制比较：从平板到钝体

物体	主要阻力机制	压差阻力角色	关键因素
顺流平板	摩擦	极小 / 无	表面积、边界层状态
翼型（设计点）	摩擦 + 较小压差	小（尾缘弱分离）	攻角、转捩位置
圆柱	压差显著	大	Re、分离位置、粗糙度
方柱	压差主导	主导（尖角固定分离）	几何尖角
迎风平板	压差主导	主导（强分离）	形状
高 Re 流线体	两者常需同时考虑	视设计而定	摩擦与压差并重

规律：分离越早、尾迹越宽 → 压差阻力越占主导；流线型设计追求"晚分离、窄尾迹"

本章结论如何通向第 8 章?

本章留下的"未解问题"

- 高 Re 尾迹已非定常、三维、多尺度——逐时刻精确描述不现实;
- 阻力危机证明:分离前的边界层转捩决定宏观受力;
- 近壁动量输运与湍流混合是分离控制的本质。

第 8 章将提供什么

- Reynolds 分解:平均 + 脉动;
- Reynolds 应力:湍流对平均流的动量输运;
- 平均方程与湍流模型;
- 近壁湍流结构与计算(RANS / LES / DNS 基本思想)。

课程主线的交接

第 7 章用"分离—尾迹—阻力"证明:高 Reynolds 数黏性流动的宏观结果,由近壁边界层的失稳与转捩决定;
第 8 章将回答:这样的流动如何统计描述、如何数值求解——**湍流基础与计算方法**。

7.5　小结：本章知识如何连成一条因果链?

本章核心因果链（教材 7.1–7.4 主线）

无滑移（第 6 章）→ 近壁速度梯度 → 壁面摩擦 τ_w → 逆压梯度使近壁流体减速 → $\tau_w = 0$ 回流与分离 → 尾迹与压差阻力 → 涡脱落（$f_s = St\, U_\infty / D$）→ 三维化与阻力危机。

学生必须理解什么

- 分离的判据与物理含义；
- 摩擦阻力与压差阻力的分解；
- 圆柱绕流随 Re 的流态演化；
- St 数、阻力危机的机制。

学生能够做什么

- 判断分离点与回流方向；
- 用尾迹积分估算阻力；
- 由 St 换算出涡脱落频率；
- 解释流线型减阻的机理。

常见易错点

- 把分离点当固定几何参数；
- 势流 C_p 直接用于真实绕流；
- 混淆升力 f_s 与阻力 $2f_s$；
- 把尾迹湍流当作边界层湍流。

本章总结：能判断、能估算、能解释

概念回顾
- 分离判据 $\tau_w = 0$ 与回流区；
- 摩擦/压差阻力分解；
- Re_D 流态演化链；
- St、C_D、C_p 无量纲量；
- 阻力危机与分离控制。

能力回顾
- 判断流态（例题 7.1）；
- 估算 f_s、F_D、C_D（例题 7.2）；
- 解释 D'Alembert 悖论；
- 分析分离控制手段；
- 用尾迹剖面测量阻力。

易错点回顾
- 24/Re 误用于二维圆柱；
- θ 角坐标约定混淆；
- 升力 f_s、阻力 2f_s 混淆；
- "尾迹湍流≠边界层湍流"；
- 法向 n 属侧符号。

本章最重要的物理图像

逆压梯度 → 近壁减速 → τ_w 减小 → $\tau_w = 0$ → 回流 → 分离 → 尾迹 → 压强不对称 → 压差阻力

以及它的"高 Re 版本"：微小黏性 → 无滑移 → 边界层 → 分离 → 阻力危机前的宽尾迹与危机后的窄尾迹。

形成性评价 1：分离判据 · 阻力标度 · 涡脱落频率

Q1（单选） 判断壁面附近是否发生分离的直接依据是：
A. 壁面压力最小　　B. $\tau_w = 0$　　C. 外流速度最大　　D. $C_p = 1$

Q2（量级判断） 光滑圆柱 $Re_D = 4 \times 10^4$（亚临界区），其 C_D 的量级最接近：
A. 0.01　　B. O(1)　　C. 100　　D. 无法判断

Q3（关系判断） 理想二维周期尾迹中，升力主频与阻力主频的关系是：
A. 相等　　B. 阻力主频约为升力的 2 倍　　C. 升力主频约为阻力的 2 倍　　D. 无关

形成性评价 2：流态层次判断 · 参数换算 · 测阻截面

Q1（判断） "$Re_D = 10^3$ 的圆柱尾迹已非定常三维化，所以分离前边界层必定已是湍流。"这句话对吗？请说明理由。

Q2（参数换算） 例题 7.1 参数不变，仅把直径改为 $D = 0.1\,\mathrm{m}$，涡脱落频率 f_s 变为多少？（$St = 0.20$）

Q3（方法选择） 要用尾迹积分 $F_D{}' = \rho \int u\,(U_\infty - u)\,\mathrm{d}y$ 测阻力，测速截面应如何选取？说明两条理由。

课后任务与下章衔接

课后任务

· 习题：7.1–7.30（重点：7.11 阻力标度、7.30 Stokes 悖论判断）；
· 思考题：章节后 14 条思考题中至少选 4 条书面作答；
· 计算实践：复现两页数字赋能代码（f_s 扫描、尾迹数值积分），提交结果与网格检查记录；
· 阅读：教材图 7.4–7.8 的图注，自述每张图"回答了什么教学问题"。

下章预习（第 8 章 湍流基础与计算方法）

· 为什么高 Re 尾迹需要统计描述？
· 什么是 Reynolds 分解与 Reynolds 应力？
· 什么是 RANS / LES / DNS 的基本思想？
· 预习问题："湍流混合如何改变近壁动量输运？"

形成性评价预告（下节课开始 10 分钟）

· 内容：分离判据判断、C_D 标度、St 频率换算、尾迹积分适用条件——对应本章四个学习目标；
· 反馈：根据答题情况决定是否复讲"阻力危机机制"与"尾迹测阻推导"。